VISIT…

Я.И. ПЕРЕЛЬМАН

ГОЛОВОЛОМКИ

Выпуск

2

Annotation

Увлекательные и каверзные головоломки для юных математиков.

Непростые, но интересные задачи научат логически рассуждать и нестандартно мыслить.

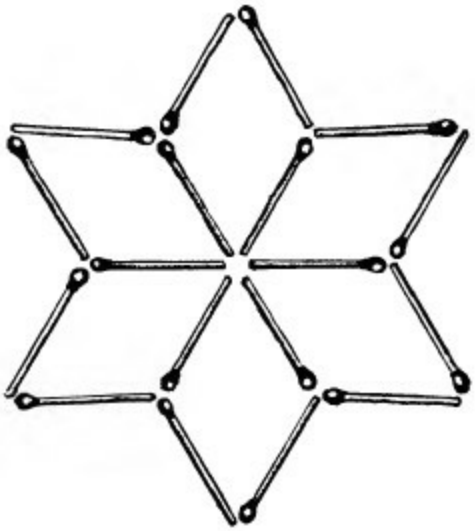
- Яков Исидорович Перельман
  - Задачи со спичками
    - 1. Из шести три
    - 2. Оставить пять квадратов
    - 3. Оставить четыре квадрата
    - 4. Оставить три квадрата
    - 5. Оставить два квадрата
    - 6. Шесть четырехугольников
    - 7. Из дюжины спичек
    - 8. Из полутора дюжин
    - 9. Два пятиугольника
    - 10. Из 19 и из 12
    - Решения задач 1-10
  - Задачи с квадратами
    - 1. Пруд
    - 2. Паркетчик
    - 3. Другой паркетчик
    - 4. Третий паркетчик
    - 5. Белошвейка
    - 6. Еще белошвейка
    - 7. Затруднение столяра
    - 8. Все человечество внутри квадрата
    - 9. Сомнительные квадраты
    - 10. Темные пятна
    - Решения задач 1-10
  - Задачи о часах
    - 1. Когда стрелки встречаются?
    - 2. Когда стрелки направлены врозь?
    - 3. В котором часу?

        - 4. Наоборот
        - 5. По обе стороны от шести
        - 6. Три и семь
        - 7. Часы-компас
        - 8. О том же
        - 9. Цифра шесть
        - 10. Тиканье часов
        - Решения задач 1-10
    - Десять разных задач
        - 1. Горизонт
        - 2. Где и когда?
        - 3. Рост Эзопа[1]
        - 4. Пять обрывков цепи
        - 5. Четырьмя пятерками
        - 6. Вишня
        - 7. Дыни
        - 8. Удивительная затычка
        - 9. Модель башни Эйфеля
        - 10. Муха на ленте
        - Решения задач 1-10
    - Еще десять задач
        - 1. Кто больше?
        - 2. Возраст сына
        - 3. Состязание
        - 4. По реке и по озеру
        - 5. От Энска до Иксграда
        - 7. Игральная кость
        - 8. Семеро друзей
        - 9. Продолжение предыдущей
        - 10. Основание карфагена
        - Решения задач 1-10
    - Задачи из «путешествия Гулливера»
        -
        - 1. Гулливер на довольствии у лилипутов
        - 2. Бочка и ведро лилипутов
        - 3. Животные страны лилипутов
        - 4. Жесткая постель

        - 5. Триста портных
        - 6. Лодка Гулливера
        - 7. Исполинские яблоки и орехи
        - 8. Кольцо великанов
        - 9. Книги великанов
        - 10. Воротники великанов
        - Решения задач 1-10
- notes
    - 1
    - 2

Яков Исидорович Перельман
Головоломки. Часть вторая

Задачи со спичками



1. Из шести три

Перед вами (рис. 1) фигура, составленная из 17 спичек. Вы видите в ней 6 одинаковых квадратов. Задача состоит в следующем: нужно убрать 5 спичек, не перекладывая остальных, так, чтобы осталось всего 3 квадрата.

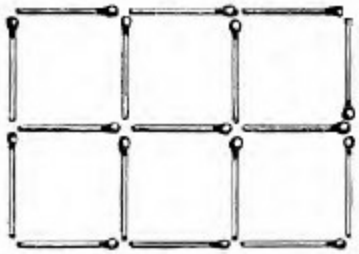


Рис. 1

2. Оставить пять квадратов

В решетке из спичек, представленной на рис. 2, нужно так убрать 4 спички, не трогая остальных, чтобы осталось 5 квадратов.

Рис. 2

3. Оставить четыре квадрата

Из той же фигуры (рис. 2) так извлеките 8 спичек, не трогая других, чтобы оставшиеся спички составили 4 одинаковых квадрата.

4. Оставить три квадрата

В той же решетке (рис. 2) так уберите 6 спичек, не перекладывая остальных, чтобы осталось всего 3 квадрата.

5. Оставить два квадрата

И наконец, в той же фигуре (рис. 2) так уберите 8 спичек, не трогая остальных, чтобы осталось всего лишь 2 квадрата.

6. Шесть четырехугольников

В фигуре, представленной на рис. 3, нужно так переложить 6 спичек с одного места на другое, чтобы образовалась фигура, составленная из 6 одинаковых четырехугольников.

7. Из дюжины спичек

Из 12 спичек нужно составить фигуру, в которой было бы три одинаковых четырехугольника и два одинаковых треугольника.

Как это сделать?

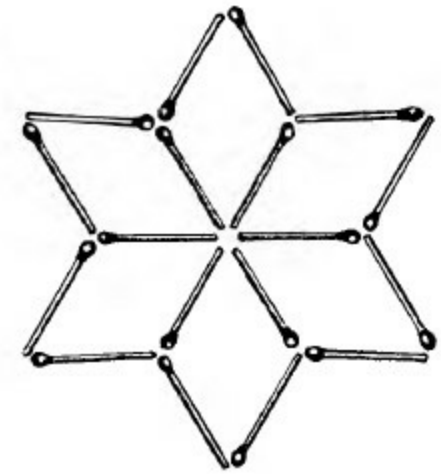


Рис. 3

8. Из полутора дюжин

Из 18 спичек нужно сложить два четырехугольника так, чтобы площадь одного была втрое больше площади другого. Спички, как и во всех предыдущих задачах, переламывать нельзя. Оба четырехугольника должны лежать обособленно, не примыкая друг к другу.

9. Два пятиугольника

Если вам удалось решить предыдущую задачу, попытайтесь решить такую головоломку.

Из 18 спичек сложить два пятиугольника так, чтобы площадь одного была ровно втрое больше площади другого. Остальные условия те же, что и в предыдущей задаче.

10. Из 19 и из 12

На рис. 4 вы видите, как можно 19 целыми спичками ограничить шесть одинаковых участков.

А можно ли ограничить шесть одинаковых участков – хотя бы и иной формы -12 целыми спичками?

Рис. 4

Решения задач 1-10

1. Решение этой задачи на рис. 5.

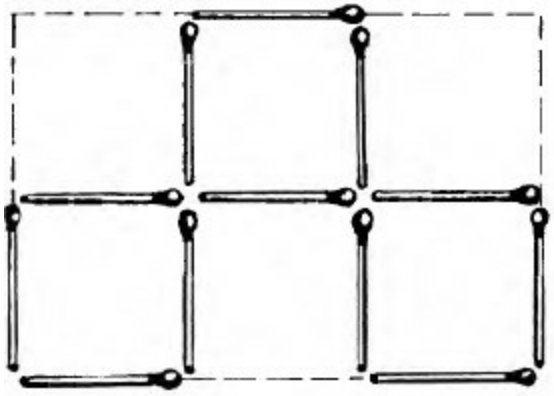


Рис. 5

2—5. Решение задачи 2 показано на рис. 6, задачи 3 – на рис. 7 и 8, задачи 4 – на рис. 9, задачи 5 – на рис. 10.

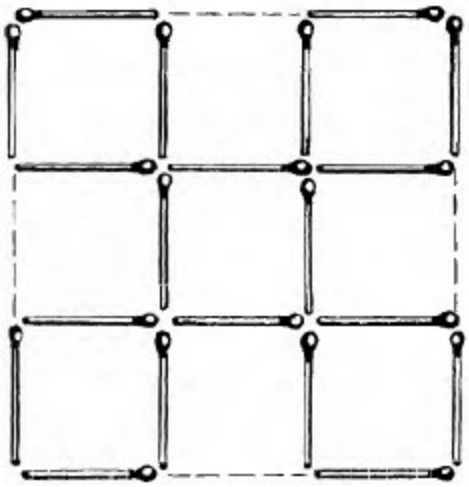


Рис. 6

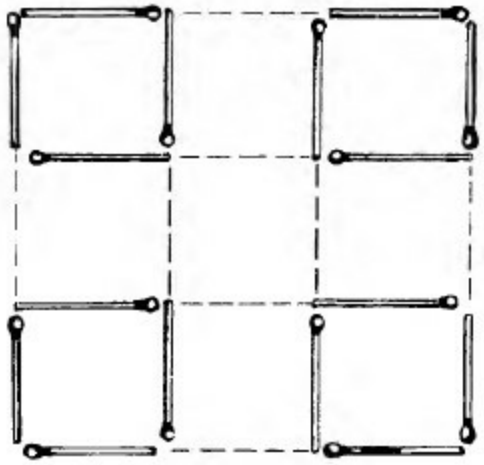


Рис. 7

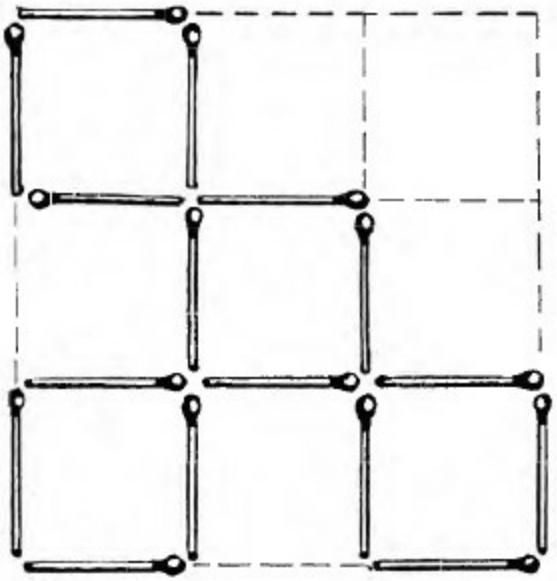


Рис. 8

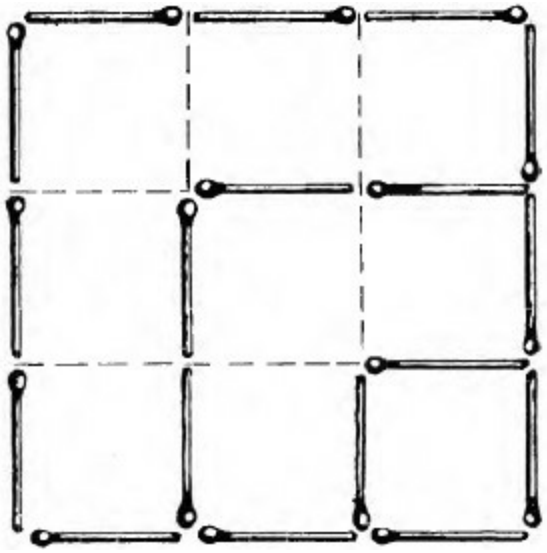


Рис. 9

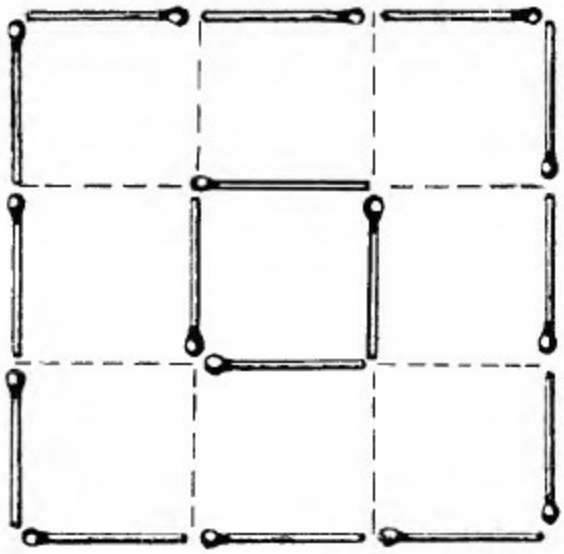


Рис. 10

6. Смотри на рис. 11.

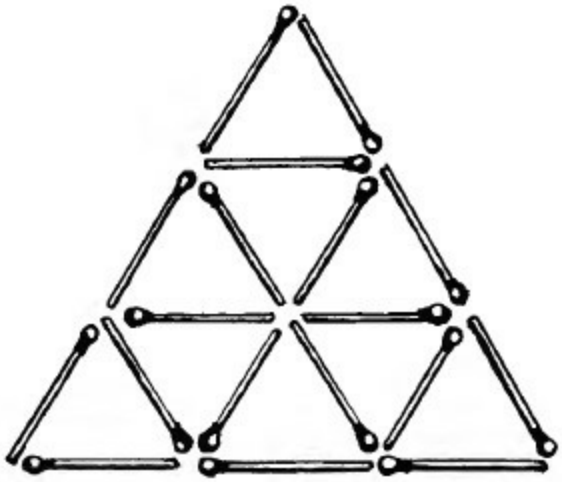


Рис. 11

7. Решение задачи 7 показано на рис. 12. Это равносторонний шестиугольник (но не правильный, поскольку его углы не равны).

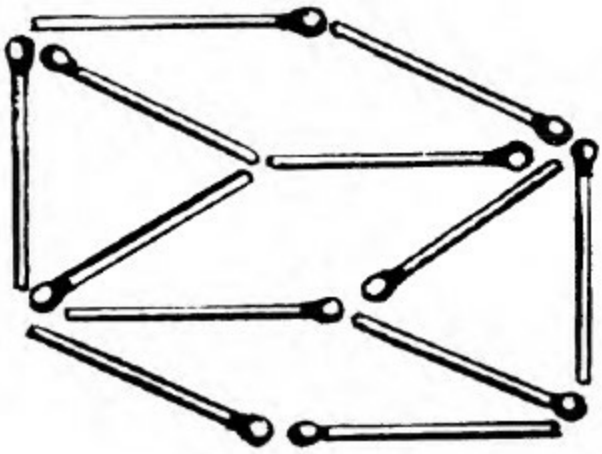


Рис. 12

8. Решение этой задачи показано на рис. 13. Площадь верхней фигуры образуют два квадрата, каждый со сторонами в одну спичку. Нижний четырехугольник представляет собой параллелограмм, высота которого AB = $1^1/_2$ спички. Площадь параллелограмма по правилам геометрии равна его основанию, умноженному на высоту: 4 x $1^1/_2$ = 6, т. е. втрое больше площади верхнего четырехугольника.

9—10. Решения задач 9 и 10 наглядно показаны на рис. 14 и 15.

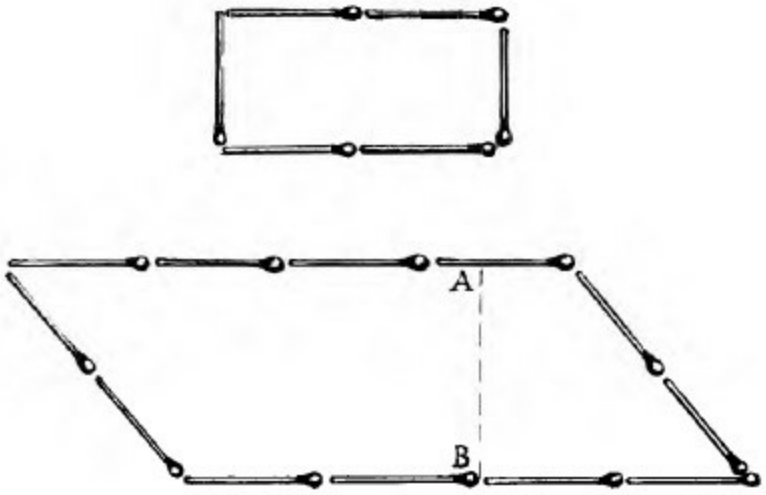


Рис. 13

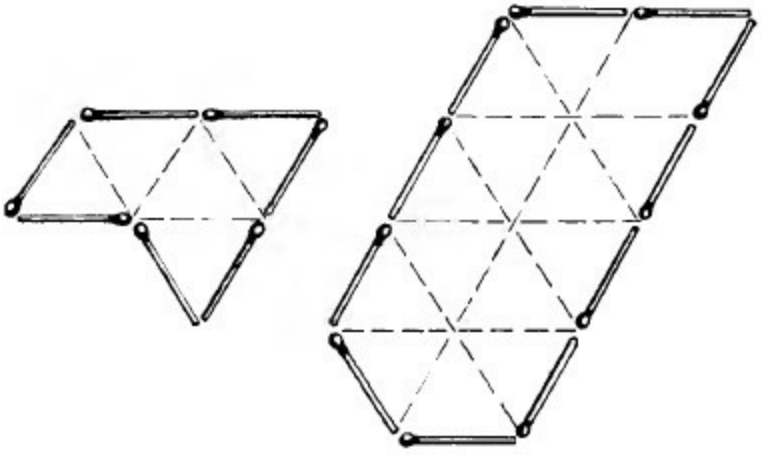


Рис. 14

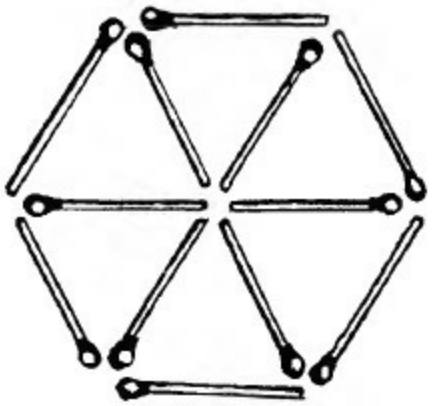


Рис. 15

Задачи с квадратами

1. Пруд

Имеется квадратный пруд (рис. 1). По углам его, близ самой воды, растет 4 старых развесистых дуба. Пруд понадобилось расширить: сделать вдвое больше по площади, сохранив квадратную форму. Но вековые дубы трогать не хотят. Можно ли расширить пруд до требуемых размеров так, чтобы все 4 дуба, оставаясь на своих местах, оказались на берегах нового пруда?

Рис. 1. Задача о пруде

2. Паркетчик

Паркетчик вырезал квадраты из дерева и проверял свою работу, сравнивая длины их сторон (рис. 2). Если все четыре стороны были равны, то он считал квадрат вырезанным правильно.

Надежна ли такая проверка?

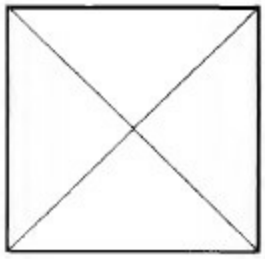


Рис. 2

3. Другой паркетчик

Другой паркетчик проверял свою работу иначе. Он мерил не стороны квадратов, а их диагонали (т. е. те косые линии, которые, перекрещиваясь, соединяют углы фигуры). Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно.

Вы тоже думаете, что такая проверка правильна?

4. Третий паркетчик

Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые диагонали разделяют друг друга (рис. 3), равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат. Прав ли он?

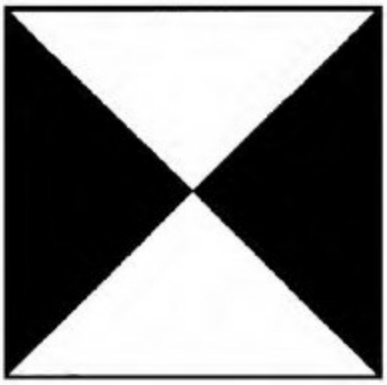


Рис. 3

5. Белошвейка

Белошвейке нужно отрезать от полотна несколько квадратных кусков. Свою работу она проверяет тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли его края. Если совпадают, значит, решает она, отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму.

Так ли это?

6. Еще белошвейка

Подруга нашей белошвейки не довольствовалась описанным способом проверки. Отрезанный четырехугольник она перегибала сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, – по другой. И только если края фигуры совпадали в обоих случаях, считала квадрат вырезанным правильно.

Что вы скажете о такой проверке?

7. Затруднение столяра

У молодого столяра имеется пятиугольная доска, изображенная на рис. 4. Вы видите, что она как бы составлена из квадрата и приложенного к нему треугольника, который вчетверо меньше этого квадрата. Столяру нужно, ничего не убавляя от доски и ничего к ней не прибавляя, превратить ее в квадратную. Для этого необходимо, конечно, доску предварительно распилить на части. Столяр так и намерен сделать, но он желает распилить доску не более чем по двум прямым линиям.

Рис. 4. Затруднение столяра

Возможно ли двумя прямыми линиями разрезать нашу фигуру на такие части, из которых можно было бы составить квадрат? И если возможно, то как это сделать?

8. Все человечество внутри квадрата

В настоящее время (1924 г.) на всем земном шаре насчитывается 1800 миллионов человек: 1 800 000 000.

Представьте, что все люди, живущие на свете, собрались толпой на каком-то ровном месте. Вы хотите поместить их на квадратном участке, отводя по квадратному метру на каждые 20 человек (плотно прижавшись друг к другу, 20 человек смогут поместиться на таком квадрате).

Попробуйте, не вычисляя, прикинуть, квадрат какого размера понадобился бы для этого. Достаточно ли будет, например, квадрата со стороной 100 км?

9. Сомнительные квадраты

Учитель черчения задал школьнику работу: начертить два равных квадрата и заштриховать их. Школьник выполнил работу так, как показано на рис. 5. Он был уверен, что это квадраты и притом равные.

Почему он так думал?

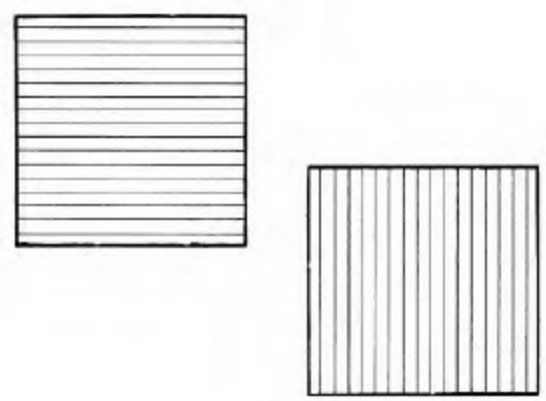


Рис. 5

10. Темные пятна

Другой школьник должен был начертить несколько рядов черных квадратов, разделенных белыми полосками. Вот как он выполнил эту работу – рис. 6.

Вы видите, однако, что близ углов квадратов, в том месте, где пересекаются белые полоски, имеются темноватые пятна. Школьник уверял, что он их не делал.

Откуда же они взялись?

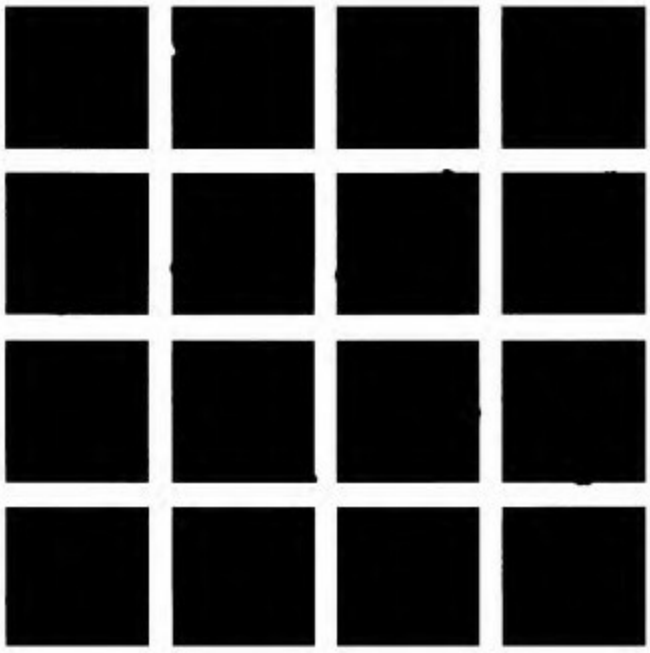


Рис. 6

Решения задач 1-10

1. Расширить площадь пруда вдвое, сохранив его квадратную форму и не тронув дубов, вполне возможно. На рис. 7 показано, как это сделать: надо копать так, чтобы дубы оказались против середины сторон нового квадрата. Легко убедиться, что по площади новый пруд вдвое больше имевшегося: достаточно провести диагонали в прежнем пруде и вычислить площадь образующихся при этом треугольников.

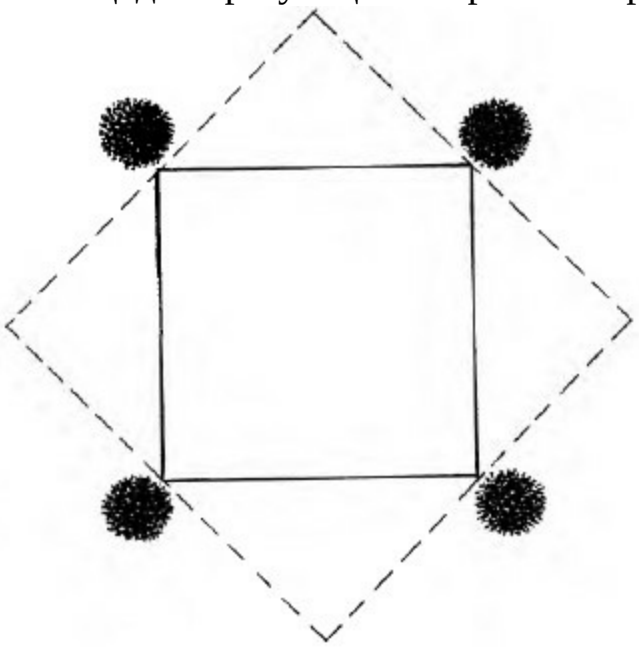


Рис. 7

2. Такая проверка недостаточна. Четырехугольник мог выдержать это испытание, и не будучи квадратом. Вы видите на рис. 8 примеры четырехугольников, у которых все стороны равны, но углы не прямые. В геометрии фигуры с четырьмя равными сторонами называются *ромбами.* Каждый квадрат есть ромб, но не каждый ромб есть квадрат.

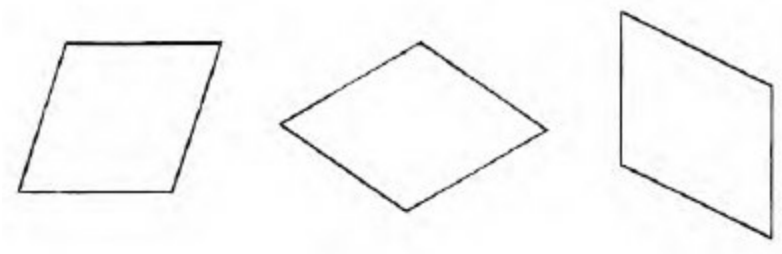


Рис. 8

3. Эта проверка так же ненадежна, как и первая. Конечно, диагонали квадрата равны, но – как видно из фигур, представленных на рис. 9, – не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат.

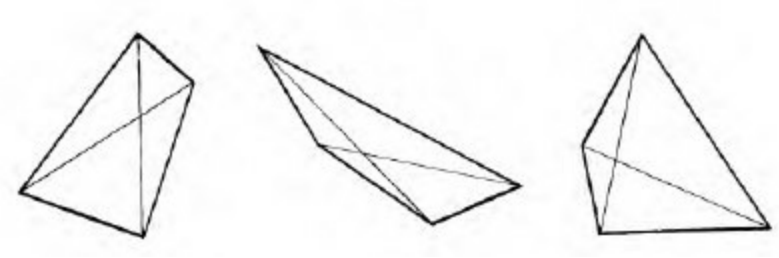


Рис. 9

Паркетчикам следовало бы применять к каждому вырезанному четырехугольнику обе проверки сразу – тогда они были бы уверены, что работа сделана правильно. Всякий ромб, у которого диагонали между собой равны, есть непременно квадрат.

4. Проверка могла показать только то, что четырехугольник имеет прямые углы, т. е. что он прямоугольник. Но равны ли его стороны – этого проверка не удостоверяла (рис. 10).

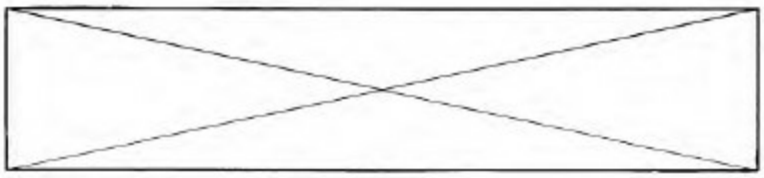


Рис. 10

5. Проверка недостаточна. На рис. 11 начерчено несколько четырехугольников, края которых при перегибании по диагонали совпадают. И все-таки это не квадраты.

Такая проверка позволяет убедиться только в том, что фигура симметрична, но не более.

6. Эта проверка не лучше предыдущей. Вы можете вырезать из бумаги сколько угодно четырехугольников, которые выдержат эту

проверку, хотя они и не являются квадратами (рис. 12). У них все стороны равны, но углы не прямые, так что это ромбы.

Чтобы действительно убедиться, квадратной ли формы отрезанный кусок, нужно, кроме того, проверить, равны ли его диагонали (или углы).

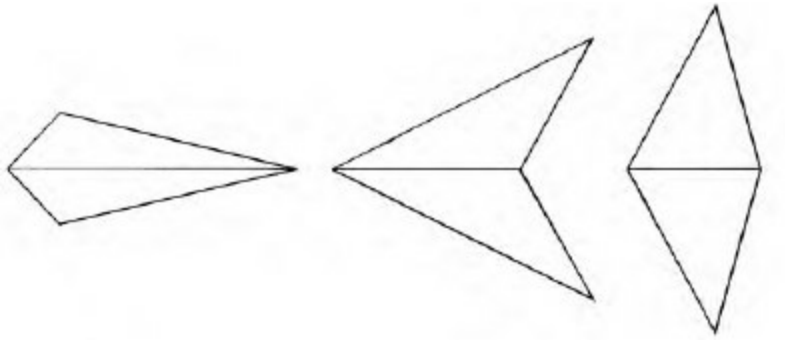


Рис. 11

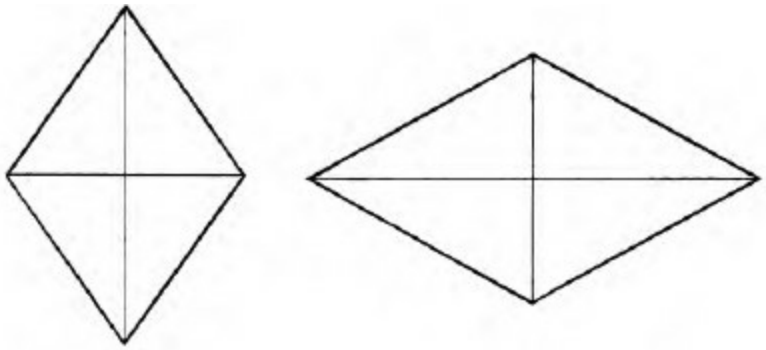


Рис. 12

7. Одна линия должна идти от вершины *c* к середине стороны *de*, другая – от середины этой стороны к вершине *a*. Из полученных трех кусков – 1, 2 и 3 – составляется квадрат, как показано на рис. 13.

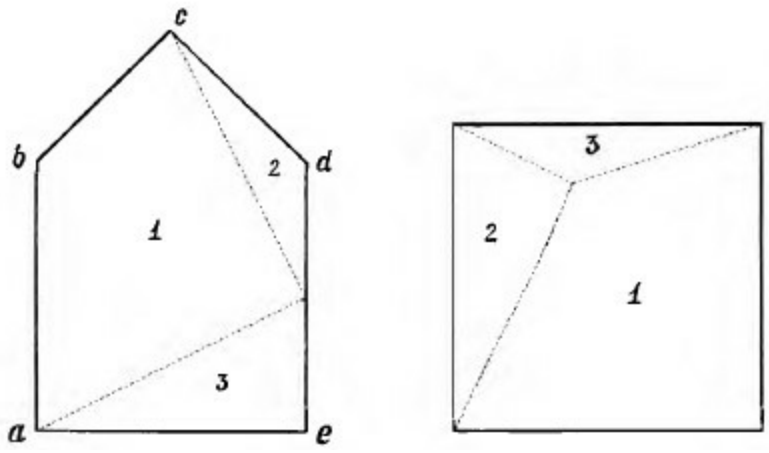


Рис. 13

8. Сторона квадрата должна быть раз в десять меньше 100 км. Действительно, квадрат со стороною 10 км заключает 10 000 × 10 000 = 100 000 000. Если на каждом квадратном метре расположить 20 человек, то квадрат указанных размеров вместит 100 000 000 × 20 = 2 000 000 000, а это больше 1 800 000 000, т. е. населения земного шара.

Итак, чтобы поместить все человечество, достаточен квадрат со стороной менее 10 километров.

9. Квадраты действительно равны.

10. Темных пятен никто не делал, и в действительности их нет. Мы видим их только из-за обмана зрения.

Задачи о часах

1. Когда стрелки встречаются?

В 12 часов одна стрелка совпадает с другой. Но вы замечали, вероятно, что это не единственный момент, когда стрелки часов встречаются: они настигают друг друга в течение дня несколько раз.

Можете ли вы указать все те моменты, когда это случается?

Рис. 1

2. Когда стрелки направлены врозь?

В 6 часов, наоборот, стрелки направлены в противоположные стороны. Но только ли в 6 часов это бывает или есть и другие моменты, когда стрелки так расположены?

3. В котором часу?

В котором часу минутная стрелка опережает часовую ровно на столько, на сколько часовая не доходит до числа 2 на циферблате (рис. 2)? А может быть, таких моментов бывает несколько за день? Или ни одного?

Рис. 2

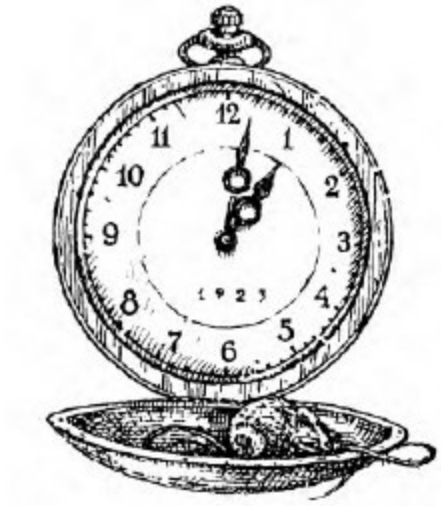


Рис. 3

4. Наоборот

Если вы внимательно наблюдали за часами, то, быть может, вам случалось видеть и обратное расположение стрелок: часовая стрелка опережает минутную на столько же, на сколько минутная продвинулась вперед от числа 12 (рис. 3). Когда это бывает?

5. По обе стороны от шести

Я взглянул на часы и заметил, что стрелки находятся по обе стороны от цифры 6 и отстоят от нее одинаково. В котором часу это было?

Рис. 4

6. Три и семь

Часы бьют три, т. е. делают три удара, и пока они бьют, проходят три секунды. За сколько времени часы пробьют семь?

На всякий случай предупреждаю, что эта задача – не шутка и никакой ловушки здесь нет.

7. Часы-компас

Теперь за границей не редкость карманные часы, циферблат которых разделен не на 12, а на 24 части, с обозначением от 1 до 24 часов. Часовая стрелка таких часов описывает полный круг не за 12, а за 24 часа (рис. 5).

Такие часы можно в ясные дни использовать как компас.

Каким образом?

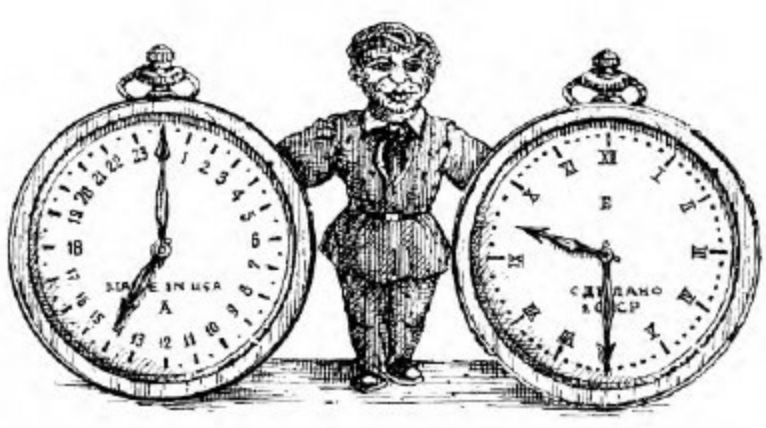


Рис. 5

8. О том же

Нельзя ли, за неимением компаса, воспользоваться нашими обыкновенными карманными часами, чтобы в ясный день определять по ним, хотя бы приблизительно, стороны света?

9. Цифра шесть

Спросите кого-нибудь из ваших знакомых постарше, как давно он обладает карманными часами. Положим, окажется, что часы у него уже 15 лет. Продолжайте тогда разговор примерно в таком духе:

– А сколько раз в день вы обычно смотрите на свои часы?

– Раз двадцать, вероятно, или около того, – последует ответ.

– Значит, в течение года вы смотрите на свои часы не менее 6000 раз, а за 15 лет видели их циферблат 6000 × 15, т. е. чуть ли не сто тысяч раз. Вы, конечно, знаете и отлично помните вещь, которую видели сто тысяч раз?

– Ну, разумеется!

– Вам поэтому прекрасно должен быть известен циферблат ваших карманных часов, и вы не затруднитесь изобразить на память, как обозначена на нем цифра шесть.

И вы предлагаете собеседнику бумажку и карандаш.

Он исполняет вашу просьбу, но… изображает цифру шесть в большинстве случает совсем не так, как она обозначена на его часах.

Почему? Ответьте на этот вопрос, не глядя на ваши карманные часы.

10. Тиканье часов

Положите свои карманные часы на стол, отойдите шага на три или четыре и прислушайтесь к их тиканью. Если в комнате достаточно тихо, то вы услышите, что ваши часы идут словно с перерывами: то тикают короткое время, то на несколько секунд замолкают, то снова начинают идти и т. д.

Чем объясняется такой неравномерный ход?

Решения задач 1-10

1. Начнем наблюдать за движением стрелок в 12 часов. В этот момент одна стрелка покрывает другую. Так как часовая стрелка движется в 12 раз медленнее минутной (она описывает полный круг за 12 ч, а минутная за 14 ч), то в течение ближайшего часа стрелки, конечно, встретиться не могут. Но вот прошел час; часовая стрелка стоит у цифры 1, сделав $^1/_{12}$ долю полного оборота; минутная же сделала полный оборот и стоит у 12 – на $^1/_{12}$ долю круга позади часовой. Теперь условия состязания иные, чем раньше: часовая стрелка движется медленнее минутной, но она впереди, и минутная должна ее догнать. Если бы состязание длилось целый час, то за это время минутная стрелка прошла бы полный круг, а часовая – $^1/_{12}$ круга» т. е. минутная сделала бы на $^1/_{12}$ круга больше. Но чтобы догнать часовую стрелку, минутной нужно пройти больше, чем часовой, только на ту $^1/_{12}$ долю круга, которая их отделяет. Для этого потребуется времени не целый час, а меньше во столько раз, во сколько $^1/_{12}$ меньше $^1/_{11}$ т. е. в 11 раз. Значит, стрелки встретятся через $^1/_{11}$ ч, т. е. через 60/11 = $^5/_{11}$ мин.

Итак, встреча стрелок случится спустя $5^1/_{11}$ мин после часа дня, т. е. в $5^1/_{11}$ мин второго.

Когда же произойдет следующая встреча?

Нетрудно сообразить, что это случится через 1 час $5^1/_{11}$ мин, т. е. в 2 ч $10^1/_2$ мин. Следующая – спустя еще 1 час $5^5/_{11}$ мин, т. е. в 3 ч $16^4/_{11}$ мин, и т. д. Всех встреч, как легко видеть, будет 11; последняя наступит через $1^1/_{11} \times 11 = 12$ ч после первой, т. е. в 12 ч; другими словами, очередная встреча стрелок совпадает с самой первой и дальнейшие встречи повторятся снова в известные моменты.

Вот полный перечень встреч:

1-я встреча –	в 1 ч $5^{5}/_{11}$ мин
2-я – " –	в 2" $10^{10}/_{11}$ "
3-я – " –	в 3" $16^{4}/_{11}$ "
4-я – " –	в 4" $21^{9}/_{11}$ "
5-я – " –	в 5" $27^{3}/_{11}$ "
6-я – " –	в 6" $32^{8}/_{11}$ "
7-я – " –	в 7" $38^{2}/_{11}$ "
8-я – " –	в 8 " $43^{7}/_{11}$ "
9-я – " –	в 9" $39^{1}/_{11}$ "
10-я – " –	в 10" $54^{6}/_{11}$ "
11-я – " –	в 12 ч.

2. Эта задача решается весьма сходно с предыдущей. Начнем опять с 12 ч, когда положение стрелок одинаково. Нужно вычислить, сколько времени потребуется для того, чтобы минутная стрелка обогнала часовую ровно на полкруга – тогда стрелки и будут направлены как раз в противоположные стороны. Мы уже знаем (см. предыдущую задачу), что в течение целого часа минутная стрелка обгоняет часовую на $^{1}/_{11}$ полного круга; чтобы обогнать ее всего на $^{1}/_{2}$ круга, понадобится меньше времени, чем целый час. Причем, во столько раз, во сколько $^{1}/_{2}$ меньше $^{1}/_{12}$, т. е. потребуется всего $^{6}/_{11}$ ч. Значит, после 12 часов стрелки в первый раз располагаются одна против другой спустя $^{6}/_{11}$ ч, или $32^{8}/_{11}$ мин. Взгляните на часы, когда стрелки направлены в противоположные стороны.

Единственный ли это момент, когда стрелки так расположены? Конечно, нет. Такое положение стрелки занимают спустя $32^{8}/_{11}$ минуты *после каждой встречи.* А мы уже знаем, что встреч бывает 11 в течение двенадцати часов; значит, и располагаются стрелки врозь тоже 11 раз в течение 12 часов. Найти эти моменты нетрудно:

12 ч + $32^{8}/_{11}$ мин = 12 ч $32^{8}/_{11}$ мин,

1 ч $5^{5}/_{11}$ мин + $32^{8}/_{11}$ мин = 1 ч $38^{7}/_{11}$ мин,

2 ч $10^{10}/_{11}$ мин + $32^{8}/_{11}$ мин = 2 ч $43^{7}/_{11}$ мин,

3 ч $16^{1}/_{11}$ мин + $32^{8}/_{11}$ мин = 3 ч $49^{1}/_{11}$ мин и т. д.

Вычислить остальные моменты предоставляю вам самим.

3. Если начать наблюдение за стрелками ровно в 12 часов, то в течение первого часа мы искомого расположения не заметим. Почему? Потому что часовая стрелка проходит $^1/_{12}$ того, что проходит минутная, и, следовательно, отстает от нее гораздо больше, чем требуется. На какой бы угол ни отошла от 12 минутная стрелка, часовая повернется на $^1/_{12}$ этого угла, а не на $^1/_2$, как нам требуется. Но вот прошел час; теперь минутная стрелка стоит у 12, часовая – у 1, на $^1/_{12}$ полного оборота впереди минутной. Посмотрим, не может ли такое расположение стрелок наступить в течение второго часа. Допустим, что момент этот наступил тогда, когда часовая стрелка отошла от цифры 12 на долю полного оборота, которую мы обозначим через x. Минутная стрелка успела к этому времени пройти в 12 раз больше, т. е. $12 \times x$. Если вычесть отсюда один полный оборот, то остаток $12 \times x - 1$ должен быть вдвое больше, чем x, т. е. равняться $2 \times x$.

Итак, $12 \times x - 1 = 2 \times x$, откуда следует, что 1 целый оборот равен $10 \times x$ (действительно, $12 \times x - 10 \times x = 2 \times x$). Но если $10 \times x =$ = целому обороту, то $x = {}^1/_{10}$ части оборота. Вот и решение задачи: часовая стрелка отошла от цифры 12 на $^1/_{10}$ полного оборота, на что требуется $^{12}/_{10}$ ч, или 1 ч 12 мин. Минутная стрелка при этом будет вдвое дальше от 12, т. е. на расстоянии $^1/_5$ оборота; это соответствует 60/5 = 12 мин – как и должно быть.

Мы нашли одно решение задачи. Но есть и другие: стрелки в течение двенадцати часов располагаются таким же образом не один раз, а несколько. Попытаемся найти остальные решения.

Для этого дождемся двух часов; минутная стрелка стоит у 12, а часовая – у 2. Рассуждая, как прежде, получаем равенство

$$12 \times x - 2 = 2 \times x,$$

откуда 2 целых оборота равны $10 \times x$ и, значит, $x = {}^1/_5$ целого оборота. Часы будут показывать при этом $^{12}/_5$ = 2 ч 24 мин.

Дальнейшие моменты читатель легко вычислит сам и найдет, что стрелки располагаются согласно требованию задачи в следующие 10

моментов:

в 1 ч 12 мин
в 2 ч 24 мин
в 3 ч 36 мин
в 4 ч 48 мин
в 6 ч
в 7 ч 12 мин
в 8 ч 24 мин
в 9 ч 36 мин
в 10 ч 48 мин
в 12 ч.

Ответы: «в 6 часов» и «в 12 часов» могут показаться неверными, – но только с первого взгляда. Действительно, в 6 часов часовая стрелка стоит у 6, минутная – у 12, т. е. ровно вдвое дальше от начальной отметки 12 (успев описать один оборот). В 12 же часов часовая стрелка удалена от 12 на нуль, а минутная, если хотите, на «два нуля» (потому что двойной нуль – то же, что и нуль); значит, и этот случай, в сущности, удовлетворяет условию задачи.

4. После сделанных разъяснений решить эту задачу нетрудно. Рассуждая, как прежде, легко сообразить, что в первый раз требуемое расположение стрелок будет в тот момент, который определяется равенством

$$12 \times x - 1 = x/2,$$

откуда $1 = 11^1/_2 \times x$, или $x = {}^2/_{23}$; целого оборота, т. е. стрелки будут расположены требуемым образом через $1^1/_{23}$ ч после 12, т. е. в 1 ч $2^{14}/_{23}$ мин минутная стрелка должна стоять посредине между 12 и $1^1\ /_{23}$ часами, т. е. на ${}^{12}/_{23}$ часа, что как раз и составляет ${}^1/_{23}$ полного оборота (часовая стрелка к этому моменту пройдет ${}^2/_{23}$ полного оборота).

Второй раз стрелки расположатся требуемым образом в момент, который определится из равенства

$$12 \times x - 2 = x/2,$$

откуда $2 = 11^{1}/_{2} \times x$, или $x = {}^{4}/_{23}$; искомый момент – 2 ч $5\ {}^{5}/_{23}$ мин.

Третий искомый момент – 3 ч $7^{19}/_{23}$ мин и т. д.

5. Эта задача решается так же, как и предыдущая. Вообразим, что обе стрелки стояли у 12, и затем часовая отошла от 12 на некоторую часть полного оборота, которую мы обозначим буквой *x*. Минутная стрелка за это время успела повернуться на **12** x *x*. Если времени прошло не больше одного часа, то для удовлетворения требованию нашей задачи необходимо, чтобы минутная стрелка не дошла до конца полного оборота столько же, сколько часовая стрелка успела пройти от начала; другими словами

$1 - 12 \times x = x.$

Отсюда $1 = 13 \times x$ (потому что $13 \times x - 12 \times x = x$). Следовательно, $x = {}^{1}/_{13}$ доле полного оборота. Такую долю оборота часовая стрелка проходит за ${}^{12}/_{13}$ ч и показывает $55^{5}/_{13}$ мин первого. Минутная же стрелка за это время прошла в 12 раз больше, т. е. ${}^{12}/_{13}$ полного оборота. А значит, обе стрелки отстоят от отметки 12 одинаково и, следовательно, одинаково отодвинуты и от отметки 6, находясь от нее по разные стороны.

Мы нашли одно положение стрелок – именно то, в котором они оказываются в течение первого часа. В течение второго часа подобное расположение стрелок возникает еще раз; мы найдем его, рассуждая прежним образом, из равенства

$1 - (12 \times x - 1) = x$, или $2 - 12 \times x = x$,

откуда $2 = 13 \times x$ (поскольку $13 \times x - 12 \times x = x$), следовательно, $x = {}^{2}/_{13}$ полного оборота. В таком положении стрелки будут в $1^{11}/_{13}$ 3 ч, т. е. в $50^{10}/_{13}$ мин второго.

В третий раз стрелки займут требуемое положение, когда часовая стрелка отойдет от 12 на ${}^{3}/_{13}$ полного круга, т. е. в $2^{10}/_{13}$ часа, и т. д. Всех положений 11, причем после 6 часов стрелки меняются местами: часовая стрелка занимает те положения, в которых раньше была

минутная, а минутная – те положения, которые раньше занимала часовая.

6. Обычно отвечают: «7 секунд». Но такой ответ, как сейчас увидим, неверен.

Когда часы бьют три, мы слышим две паузы:

1) между первым и вторым ударом;

2) между вторым и третьим ударом. Обе паузы длятся 3 с, значит, каждая продолжается вдвое меньше – $1^1/_2$ с.

Когда же часы бьют семь, то таких пауз бывает 6. Шесть раз по полторы секунды составляют 9 с. Следовательно, часы бьют семь, т. е. делают 7 ударов за 9 с.

7. Солнце при своем кажущемся суточном движении описывает полный круг за 24 часа, т. е. за столько же времени, что и *часовая* стрелка упомянутых заграничных часов. Поэтому, если в полдень, т. е. в 12 часов дня, расположить циферблат карманных часов так, чтобы часовая стрелка была направлена на Солнце, то эта стрелка, двигаясь вместе с Солнцем, будет все время указывать на дневное светило.

Рис. 6. Часы в роли компаса

Отсюда вытекает простой способ отыскивать с помощью часов (конечно, только днем, в безоблачную погоду) то место, где Солнце бывает в полдень, т. е. находить направление на юг. Для этого нужно расположить циферблат так, чтобы часовая стрелка «смотрела» на Солнце; тогда направление на цифры 12 укажет, где было солнце в 12

часов, т. е. направление на юг.

8. Часовая стрелка обыкновенных часов описывает полный круг не за 24, а за 12 часов, т. е. движется вдвое медленнее, чем Солнце по небу. Отсюда легко сообразить (см. предыдущую задачу), как найти направление на юг с помощью обыкновенных карманных часов.

Нужно расположить их так, чтобы часовая стрелка была направлена на Солнце, и разделить пополам (на глаз) угол между часовой стрелкой и направлением на цифру 12. Линия, делящая этот угол пополам, покажет, где солнце было в полдень, т. е. точку юга.

9. Большинство людей в ответ на вопрос нашей задачи рисуют 6 или 9, либо VI или IX.

Это говорит о том, что можно видеть вещь сто тысяч раз и все-таки не знать ее. Дело в том, что обычно на циферблате (мужских часов) цифры шесть вовсе нет – на ее месте помещается секундник (рис. 7).

10. Загадочные перерывы в тиканьи часов объясняются утомлением слуха. Наш слух притупляется на несколько секунд, и в эти промежутки мы не слышим тиканья.

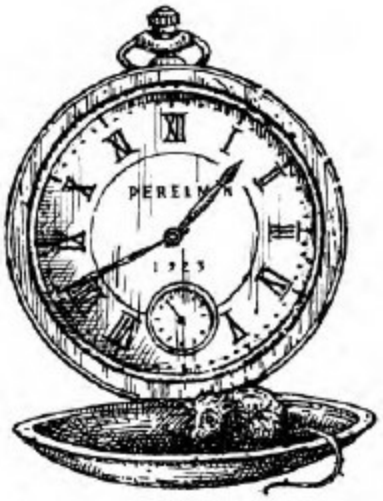


Рис. 7

Спустя короткое время утомление проходит и прежняя чуткость восстанавливается, тогда мы снова слышим ход часов. Затем наступает опять утомление, и т. д.

Десять разных задач

1. Горизонт

Часто приходится читать и слышать, будто одно из убедительных доказательств шарообразности Земли заключается в том, что линия горизонта повсюду имеет форму окружности, а коль скоро это так, отсюда делается вывод, что Земля наша должна быть шаром.

Подумайте, однако, какую форму имела бы линия горизонта, если бы Земля была не шарообразной, а плоской и бесконечно простиралась бы во все стороны?

2. Где и когда?

Вам, вероятно, знаком бессмысленный стишок:

Рано утром, вечерком,
В полдень, на рассвете…

Неведомый слагатель этих стихов стремился выразить ими заведомую нелепость и подбирал слова, которые противоречили бы одно другому.

Между тем приведенная фраза не совсем бессмысленна; на Земле существуют места, где такое определение времени применительно к некоторому реальному моменту вполне верно.

Где и когда это бывает?

3. Рост Эзопа[1]

«Уверяют, что Эзопова голова была длиной 7 дюймов, а ноги так длинны, как голова и половина туловища; туловище же равно длине ног с головою.

Спрашивается рост сего славного человека».

4. Пять обрывков цепи

Кузнецу принесли пять цепей, по три звена в каждой (рис. 1), и велели соединить их в одну цепь.

Прежде чем приняться за дело, кузнец стал думать о том, сколько колец понадобится для этого раскрыть и вновь заковать. Он решил, что четыре.

Нельзя ли, однако, выполнить ту же работу, раскрыв меньше колец?

Рис. 1. Обрывки цепи

5. Четырьмя пятерками

Нужно выразить число 16 с помощью 4 пятерок, соединяя их знаками действий. Как это сделать?

6. Вишня

Мякоть вишни окружает ее косточку слоем толщиной в косточку. Будем считать, что и вишня, и косточка имеют форму шариков. Сообразите в уме, во сколько раз объем сочной части вишни больше объема косточки?

7. Дыни

Продаются две дыни. Одна – окружность 72 см – стоит 40 рублей. Другая – окружность 60 см – стоит 25 рублей.

Какую дыню выгоднее купить?

8. Удивительная затычка

В доске выпилены три отверстия: одно – квадратное, другое – круглое, третье – в форме креста (рис. 2).

Нужно изготовить затычку такой формы, чтобы она годилась для всех этих отверстий.

Вам кажется, что такой затычки быть не может: отверстия чересчур разнообразны по форме. Могу вас уверить, что подобная затычка существует. Попытайтесь найти ее.

Рис. 2. Какой затычкой можно заткнуть все эти дыры?

9. Модель башни Эйфеля

Башня Эйфеля в Париже, высотой 300 м, из железа, которого пошло на нее 8 000 000 кг. У моего знакомого есть точная модель знаменитой башни, весящая всего только один килограмм.

Рис. 3

Какой она высоты? Выше стакана или ниже?

10. Муха на ленте

Я взял длинную бумажную ленту, с одной стороны красную, с другой – белую, склеил ее концы и получившееся бумажное кольцо положил на стол.

Мое внимание привлекла муха, севшая на красную сторону ленты и начавшая странствовать по ней. Я стал следить за ее путешествием вдоль ленты и, к изумлению, заметил, что, побродив немного по ленте, она очутилась на противоположной, белой стороне, хотя все время оставалась на ленте и ни разу не переползла через ее край. Продолжая следить за мухой, я вскоре увидел, что она снова оказалась на красной стороне ленты, хотя – могу это утверждать – не покидала ленты, не переступала и не перелетала через ее края.

Не объясните ли вы, как могло это случиться?

Решения задач 1-10

1. Даже если бы Земля была совершенно плоской, линия горизонта была бы окружностью!

Действительно, что такое горизонт? Воображаемая линия, по которой небесный свод пересекается с Землей. Но небесный свод имеет форму шаровой поверхности. По какой же другой линии шаровая поверхность может пересекаться с плоскостью, как не по окружности.

Итак, круглая форма горизонта сама по себе еще не доказывает, что Земля кругла!

2. Где? – За полярным кругом.

Когда? – 21 декабря, около 12 часов дня, когда зимнее солнце лишь на мгновение показывается над горизонтом, чтобы тотчас же скрыться снова.

Действительно, тот момент есть «утро», так как совпадает с восходом солнца, но в то же время и вечер, так как совпадает с заходом солнца. Безусловно, это и полдень – 12 часов дня, и, конечно, рассвет, так как, пока солнце еще не выйдет над горизонтом, длится утренняя заря. Итак, это – «рано утром, вечерком, в полдень, на рассвете».

3. Мы знаем из условия задачи, что длина ног Эзопа равна 7 дюймам (голова) плюс длина половины туловища. Известно еще, что длина туловища равна длине ног плюс 7 дюймов, откуда длина ног равна длине туловища без 7 дюймов. Значит:

$^1/_2$ длины туловища + 7 дюймов =длина туловища – 7 дюймов.

Таким образом, туловище длиннее $^1/_2$ туловища на 14 дюймов, откуда $^1/_2$ туловища равна 14 дюймам, а все туловище – 28 дюймам. Прибавив длину головы и ног, т. е. туловища, равного 28 дюймам, получим рост Эзопа: 56 дюймов, или 2 аршина.

4. Достаточно разогнуть *три кольца* одной цепи, и полученными кольцами можно соединить концы остальных четырех.

5. Существует только один способ:

55: 5 + 5 = 16.

6. Толщина слоя мякоти равна поперечнику косточки. Значит, поперечник вишни в 3 раза больше поперечника косточки. Отсюда объем вишни больше объема косточки в 3 × 3 × 3 = 27 раз. И следовательно, объем мякоти больше объема косточки в 27 – 1 = 26 раз.

7. Окружность большой дыни (72 см) превышает окружность меньшей (60 см) в $^{24}/_{20}$, т. е. в $1^{1}/_{5}$ раза. Таково же и отношение ее поперечника к поперечнику меньшей дыни. Значит, по объему первая дыня больше второй в

$$1^{1}/_{5} \times 1^{1}/_{5} \times 1^{1}/_{5} \times 1^{1}/_{5} = \frac{6 \times 6 \times 6}{5 \times 5 \times 5} = \frac{216}{125} \text{ раз}.$$

Если меньшая дыня стоит 25 рублей, то большая должна стоить 25 × 216: 125 = 216: 5 = 43 руб. 20 коп., между тем ее продают всего за 40 руб. Ясно, что ее купить выгоднее, чем меньшую.

8. Затычка искомой формы изображена на рис. 4. Вы можете заткнуть ею и квадратное, и круглое, и крестообразное отверстие.

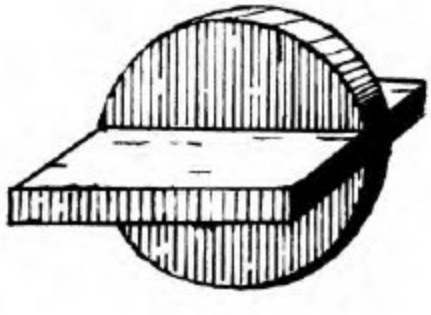


Рис. 4

9. Модель весом 1 кг гораздо выше стакана, потому что, как это ни неожиданно, она имеет высоту $1^{1}/_{2}$ метра! В самом деле, модель меньше самой башни по объему во столько раз, во сколько 1 кг меньше 8 000

000 кг, т. е. в 8 000 000 раз. Значит, высота модели меньше высоты башни в такое число раз, которое, будучи дважды умножено само на себя, составит 8 000 000. Этому условию удовлетворяет число 200. Разделив высоту Эйфелевой башни, 300 метров, на 200, получим $1^1/_2$ метра. Результат довольно странный. $^1/_2$-метровое железное изделие весит всего 1 кг. Это объясняется тем, что Эйфелева башня – при своих больших размерах, сооружение необыкновенно легкое, как говорят, ажурное.

10. Загадка объясняется тем, что один конец ленты, прежде чем приклеить его к другому, один раз повернули. Легко убедиться на опыте, что тогда получается кольцо, ползая по которому, муха может обойти обе его стороны, ни разу не переступая через края.

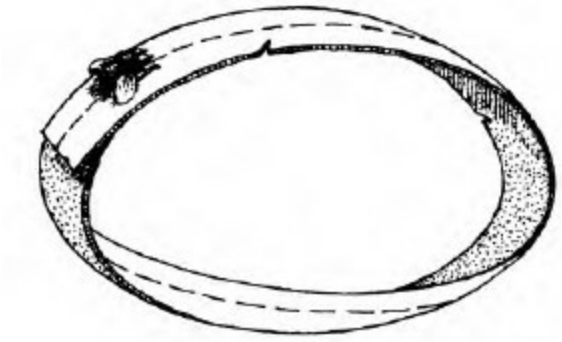


Рис. 5

Еще десять задач

1. Кто больше?

Двое человек считали в течение часа всех прохожих, которые проходили мимо них по тротуару. Один из считавших стоял у ворот дома, другой – прохаживался вперед и назад по тротуару.

Кто насчитал больше прохожих?

2. Возраст сына

Сейчас мой сын моложе меня втрое. Но пять лет назад он был моложе меня в четыре раза. Сколько ему лет?

3. Состязание

Две парусные лодки участвуют в состязании: требуется преодолеть 24 версты туда и обратно в кратчайшее время. Первая лодка прошла весь путь с равномерной скоростью 20 верст в час; вторая двигалась туда со скоростью 16 верст в час, а обратно – со скоростью 24 версты в час.

Победила на состязании первая лодка, хотя, казалось бы, вторая лодка должна была при движении в одном направлении отстать от первой ровно на столько, на сколько она опередила ее на обратном пути и, следовательно, прийти одновременно с первой. Почему же она проиграла?

4. По реке и по озеру

Плывя вниз по реке, гребец преодолевает 5-верстное расстояние за 10 мин. Возвращаясь, он проплывает то же расстояние за один час. Следовательно, 10 верст он проплывает за 1 ч 10 мин.

А сколько времени ему понадобится, чтобы проплыть 10 верст в стоячей воде озера?

5. От Энска до Иксграда

Плывя по течению, пароход делает 20 верст в час; плывя *против* течения – всего 15 верст в час. На путь от пристани г. Энска до пристани г. Иксграда он затрачивает на 5 часов меньше, чем на обратный путь.

Как далеко от Энска до Иксграда?

7. Игральная кость

Вот игральная кость (рис. 1): кубик с обозначенными на его гранях очками от 1 до 6. Петр бьется о заклад, что если бросить кубик 4 раза подряд, он упадет единицей кверху только один раз.

Владимир же утверждает, что единица при четырех бросках либо совсем не выпадет, либо же выпадет больше одного раза.

У кого из них больше шансов выиграть спор?

Рис. 1

8. Семеро друзей

У одного человека было 7 друзей. Первый посещал его каждый вечер, второй – каждый второй вечер, третий – каждый третий вечер, четвертый – каждый четвертый вечер и т. д. до седьмого друга, который являлся каждый седьмой вечер.

Часто ли случалось, что этого человека в один и тот же вечер навещали все семеро друзей?

9. Продолжение предыдущей

В те вечера, когда друзья собирались все вместе, хозяин угощал их вином, и приятели чокались друг с другом попарно (рис. 2).

Сколько раз при этом звучали бокалы, сталкиваясь между собой?

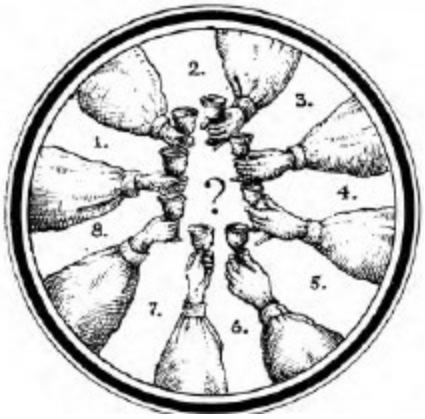


Рис. 2

10. Основание карфагена

Об основании древнего города Карфагена существует следующее предание. Дидона, дочь тирского царя, потеряв мужа, убитого ее братом, бежала в Африку и высадилась со многими жителями Тира на ее северном берегу. Здесь она купила у нумидийского царя столько земли, «сколько занимает воловья шкура». Когда сделка состоялась, Дидона разрезала воловью шкуру на тонкие ремешки и окружила ими участок земли. Благодаря такой уловке она получила участок, достаточный для сооружения крепости. Так, гласит предание, возникла крепость Карфаген, вокруг которой впоследствии был построен город.

Попробуйте вычислить, какую площадь могла занимать крепость, если считать, что воловья шкура имеет поверхность 4 кв. м, и принять ширину ремешков, на которые Дидона ее изрезала, равной одному миллиметру.

Решения задач 1-10

1. Оба насчитали одинаковое число прохожих. Действительно, тот, кто стоял у ворот, считал следовавших в обе стороны, зато тому, кто ходил, навстречу попалось вдвое больше людей.

2. Если сын теперь втрое моложе отца, то отец старше его на удвоенный возраст. Но и пять лет назад он был, конечно, старше сына на утроенный *нынешний* возраст сына. С другой стороны, так как тогда отец был старше сына в 4 раза, то он был старше его на утроенный *тогдашний* возраст сына. Следовательно, удвоенный *нынешний* возраст сына равен его утроенному *прежнем* у возрасту или, что то же самое, сын теперь в $1^1/_2$ раза старше, чем был 5 лет назад. Отсюда легко сообразить, что 5 лет – это половина прежнего возраста сына и, значит, пять лет назад ему было 10 лет, а теперь – 15.

Итак, сыну теперь 15 лет, отцу 45. Пять лет назад отцу было 40 лет, а сыну 10, т. е. вчетверо меньше.

3. Вторая лодка опоздала потому, что двигалась со скоростью 24 версты в час меньше времени, чем со скоростью 16 верст в час. Действительно, со скоростью 24 версты в час она двигалась 24: 24 = 1 час, а со скоростью 16 верст в час 24: 16 = $1^1/_2$ часа. Поэтому на пути туда лодка потеряла времени больше, чем выгадала на обратном.

4. По течению гребец плывет со скоростью полверсты в минуту, против течения – со скоростью $^1/_{12}$ версты в минуту. В первую скорость включена скорость самого течения, у второй она вычтена. Следовательно,

$(^1/_2 + {}^1/_{12})$: 2,

т. е. $^7/_{12}$: 2 = $^7/_{24}$ версты в час – это собственная скорость гребца.

И значит, в стоячей воде гребец преодолеет 10 верст за

10: $^7/_{24}$ = $34^2/_7$ минуты.

Обычный ответ: в озере гребец проплывет 10 верст за то же время,

что и в реке, так как потеря скорости будто бы восполняется выигрышем ее – совершенно не верен (см. предыдущую задачу).

5. Плывя по течению, пароход делает 1 версту в 3 мин; плывя против течения -1 версту в 4 мин. На каждой версте пароход в первом случае выгадывает **1** мин. А так как на всем расстоянии он выгадывает во времени 5 ч, или 300 мин, то, следовательно, от Энска до Иксграда 300 верст.

Действительно,

300: 15 – 300: 20 = 20 – 15 = 5.

6. Для удобства перенумеруем яйца:

крутое № 1……К1

крутое № 2……К2

всмятку № 1……..С1

всмятку № 2……..С2

всмятку № 3……..С3

Из этих яиц можно составить следующие 10 пар:

К1К2	К2С1	С1С2
К1С1	К2С1	С1С3
К1С2	К2С3	С2С3
К1С3		

Мы видим, что только одна пара – первая – состоит из крутых яиц, остальные 9 не дают требуемого сочетания. Значит, у вас только 1 шанс из 10 взять пару крутых яиц; в остальных 9 случаях из 10 вы проигрываете. И если вы ставите 1 руб., то ваш партнер, имеющий 9 шансов из 10 выиграть, должен для уравнения шансов поставить не 5, а 9 рублей.

7. При четырех бросаниях число всевозможных положений игральной кости равно 6 × 6 × 6 × 6 = 1296. Допустим, что при первом бросании выпало единичное очко. Тогда при трех следующих бросаниях число всевозможных положений кубика, благоприятных для Петра (т. е. число выпаданий любых очков, кроме единичного), равнялось 5 × 5 × 5 = 125. Для Петра также возможно 125 благоприятных расположений, если единичное очко выпадает только при втором, только при третьем

или только при четвертом бросании. Итак, существует 125 + 125 + 125 + 125 = 500 различных возможностей того, что единичное очко при четырех бросаниях появится один и только один раз. Неблагоприятных же возможностей имеется 1296 – 500 = 796 (так как таковыми являются все остальные случаи).

Мы видим, что у Владимира шансов выиграть больше (796 против 500), чем у Петра.

8. Нетрудно сообразить, что все семь друзей могли одновременно встречаться у хозяина через такое число дней, которое делится и на 2, и на 3, и на 4, и на 5, и на 6, и на 7. Наименьшее из таких чисел есть 420. Следовательно, друзья собирались вместе только один раз в 420 дней (14 месяцев).

9. Каждый из восьми присутствующих (хозяин и 7 его друзей) чокается с 7-ю остальными; всего сочетаний по два имеется 8 × 7 = 56. Но каждая пара учитывалась дважды (например, пары 3-й гость с 5-м и 5-й с 3-м рассматривались как разные). Следовательно, бокалы звучали 56: 2 = 28 раз.

10. Если площадь воловьей шкуры 4 кв. м или 4 000 000 кв. мм, а ширина ремня 1 мм, то общая длина вырезанного ремня (если Дидона вырезала его из шкуры по спирали) -4 000 000 миллиметров, т. е. 4000 м, или 4 км. Таким ремнем можно окружить квадратный участок площадью 1 кв. км.

Задачи из «путешествия Гулливера»

Самые удивительные страницы в «Путешествии Гулливера по многим отдаленным странам» Джонатана Свифта, без сомнения, те, где описаны его необычайные приключения в двух странах: крошечных лилипутов и великанов «бробдиньягов». В стране лилипутов размеры – высота, ширина и толщина всех людей, животных, растений и вещей были в 12 раз меньше, чем у нас. В стране великанов наоборот, в 12 раз больше. Почему Свифт избрал именно число 12, легко понять, если вспомнить, что это как раз отношение фута к дюйму (автор «Путешествий» – англичанин). В 12 раз меньше, в 12 раз больше как будто не очень значительное уменьшение или увеличение. Однако природа и жизнь в этих фантастических странах поразительным образом отличалась от того, к чему мы привыкли. Зачастую различие это настолько озадачивает своей неожиданностью, что дает материал

для головоломной задачи. Десяток подобных головоломок мы и хотим здесь предложить читателям.

1. Гулливер на довольствии у лилипутов

Лилипуты, читаем мы в «Путешествии», установили для Гулливера следующую норму отпуска продуктов:

«Ему будет ежедневно выдаваться столько съестных припасов и напитков, сколько достаточно для прокормления 1724 подданных страны лилипутов».

«Триста поваров, – рассказывает Гулливер в другом месте, – готовили для меня кушанье. Вокруг моего дома были поставлены шалаши, где происходила стряпня и жили повара со своими семьями. Когда наступал час обеда, я брал в руки 20 человек прислуги и ставил их на стол, а человек 100 прислуживало с пола: одни подавали кушанье, остальные приносили бочонки с вином и другими напитками на шестах, перекинутых с плеча на плечо. Стоявшие наверху по мере надобности поднимали все это на стол при помощи веревок и блоков».

Не объясните ли вы, из какого расчета получили лилипуты такой огромный паек? И зачем понадобился столь многочисленный штат прислуги для кормления одного человека? Ведь он всего лишь в дюжину раз выше ростом лилипутов? Соразмерны ли подобный паек и аппетит, если принять во внимание соотношение размеров Гулливера и лилипутов?

2. Бочка и ведро лилипутов

«Наевшись, – рассказывает далее Гулливер о своем пребывании в стране лилипутов, – я показал знаками, что мне хочется пить. Лилипуты с большой ловкостью подняли на веревках до уровня моего тела бочку вина самого большого размера, подкатили ее к моей руке и выбили крышку. Я выпил все одним духом. Мне подкатили другую бочку. Я осушил ее залпом, как и первую, и попросил еще, но больше у них не было» (рис. 1).

Рис. 1. Бочки лилипутов

В другом месте Гулливер говорит о ведрах лилипутов, что они были «не больше нашего большого наперстка».

Могли ли быть в стране, где все предметы меньше нормальных только в 12 раз, такие крошечные бочки и ведра?

3. Животные страны лилипутов

«Пятьсот самых больших лошадей было прислано, чтобы отвезти меня в столицу», – рассказывает Гулливер о стране лилипутов.

Не кажется ли вам, что 500 лошадей чересчур много для этой цели, даже принимая во внимание соотношение размеров Гулливера и лилипутских лошадей?

О коровах, быках и овцах лилипутов Гулливер рассказывает не менее удивительную вещь: уезжая, он попросту «посадил их в свой карман».

Возможно ли это?

4. Жесткая постель

О том, как лилипуты приготовили ложе своему гостю-великану, читаем в «Путешествии Гулливера» следующее:

«Шестьсот тюфяков обыкновенных лилипутских размеров было доставлено на подводах в мое помещение, где портные принялись за работу. Из полутораста тюфяков, сшитых вместе, вышел один, на котором я мог свободно поместиться в длину и ширину. Четыре таких тюфяка положили один на другой, но на этой постели мне было так же жестко спать, как на каменном полу».

Почему Гулливеру было на этой постели так жестко? И правилен ли приведенный здесь расчет?

5. Триста портных

«Ко мне было прикомандировано 300 портных-лилипутов с наказом сшить мне полную пару платья по местным образцам».

Неужели нужна такая армия портных, чтобы сшить один костюм на человека, ростом всего в дюжину раз больше лилипутов?

6. Лодка Гулливера

Гулливер покинул страну лилипутов на лодке, которую случайно прибило к берегу. Лодка эта казалась лилипутам чудовищным кораблем, далеко превосходящим по размерам самые крупные суда их флота (рис. 2).

Не можете ли вы рассчитать приблизительно, сколько лилипутских тонн водоизмещения[2] имела эта лодка, если исходить из того, что она могла поднять груз в 20 пудов?

Рис. 2. Лодка Гулливера

7. Исполинские яблоки и орехи

«Один раз, – читаем мы в «Путешествии Гулливера» к бробдиньягам (великанам), – с нами отправился в сад придворный карлик. Улучив удобный момент, когда я, прохаживаясь, очутился под одним деревом, он ухватился за ветку и встряхнул ее над моей головой. Град яблок, каждое величиной с хороший бочонок, шумно посыпался на землю; одно ударило меня в спину и сбило с ног…» (рис. 3).

В другой раз «какой-то каверзный школьник запустил орехом прямо мне в голову и едва не попал, а брошен был орех с такой силой, что неминуемо размозжил бы мне череп, так как был почти как наша небольшая тыква».

Сколько примерно, по вашему мнению, могли весить яблоко и орех страны великанов?

Рис. 3. Яблоки великанов

8. Кольцо великанов

В числе предметов, вывезенных Гулливером из страны великанов, было, по его словам, «золотое кольцо, которое королева любезно мне подарила, милостиво сняв его со своего мизинца и надев мне через голову на шею как ожерелье».

Возможно ли, чтобы колечко с мизинца, хотя бы и великанши, годилось Гулливеру как ожерелье? И сколько примерно должно весить такое кольцо?

9. Книги великанов

О книгах в стране великанов Гулливер сообщает следующие подробности:

«Мне разрешено было брать из библиотеки книги для чтения, но для того, чтобы я мог их читать, пришлось соорудить целое приспособление. Столяр сделал для меня деревянную лестницу, которую можно было переносить с места на место. Она имела 25 футов в вышину, а длина каждой ступеньки достигала 50 футов. Когда я выражал желание почитать, мою лестницу устанавливали футах в 10 от стены, повернув к ней ступеньками, а на пол ставили раскрытую книгу, прислонив ее к стене. Я взбирался на верхнюю ступеньку и начинал читать с верхней строчки, переходя слева направо и обратно шагов на 8 или на 10, смотря по длине строк. По мере того как чтение продвигалось вперед и строки приходились все ниже и ниже уровня моих глаз, я постепенно спускался на вторую ступеньку, на третью и т. д. Дочитав до конца страницы, я снова поднимался вверх и начинал новую страницу таким же манером. Листы я переворачивал обеими руками, что было нетрудно, так как бумага, на которой у них печатают книги, не толще нашего картона, а самые большие их фолианты – имеют не более 18–20 футов в длину» (рис. 4).

Соразмерно ли все это?

Рис. 4. Книга великанов

10. Воротники великанов

В заключение предлагаю вам задачу этого же рода, но заимствованную непосредственно из описания Гулливеровых приключений.

Вам, быть может, неизвестно, что номер воротничка есть не что иное, как число сантиметров в его окружности. Если окружность вашей шеи 36 см, то вам подойдет воротник только № 36; воротник номером меньше будет тесен, а номером больше – просторен. Окружность шеи взрослого человека в среднем около 40 см.

Если бы Гулливер захотел в Лондоне заказать партию воротников для обитателей страны великанов, то о каком номере шла бы речь?

Рис. 5. Воротник великанов

Решения задач 1-10

1. Расчет был сделан совершенно верно, если не считать маленькой арифметической ошибки. Не надо забывать, что лилипуты представляли собой точное, хотя и уменьшенное подобие обыкновенных людей, а значит, имели нормальную пропорцию частей тела. Следовательно, они были не только в 12 раз ниже, но также в 12 раз уже и в 12 раз тоньше Гулливера. Объем их тела поэтому был меньше объема тела Гулливера не в 12 раз, а в 12 × 12 × 12, т. е. в 1728 раз. Вот почему лилипуты и решили, что Гулливеру нужен пакет, достаточный для прокормления 1728 лилипутов (у Свифта ошибочно указано число 1724).

Теперь понятно и то, для чего понадобилось так много поваров. Чтобы приготовить 1728 обедов, требуется не менее 300 поваров, при условии, что один повар-лилипут может сварить полдюжины лилипутских обедов. Соответственно большое число людей необходимо и для того, чтобы поднять такой груз на высоту Гулливерова стола, который был, как легко рассчитать, высотой в трехэтажный дом лилипутов.

2. Бочки и ведра лилипутов в 12 раз меньше наших не только по высоте, но и по ширине и толщине, а следовательно, их объем меньше в 12 × 12 × 12 = 1728 раз. В нашем ведре приблизительно 60 стаканов, и мы легко можем определить, что ведро лилипутов вмещало всего 60: 1728, или круглым числом $^1/_{30}$ стакана. Это немногим больше чайной ложки и действительно не превышает вместимости крупного наперстка.

Если вместимость ведра лилипутов почти равна чайной ложке, то вместимость винного бочонка, даже если он был 10-ведерный, не превышала $^1/_3$ стакана. Не удивительно, что Гулливер не мог утолить

жажду даже двумя такими бочками.

3. Мы уже подсчитали в первой задаче, что Гулливер по объему тела был больше лилипутов в 1728 раз. Разумеется, он был во столько же раз и тяжелее. Перевезти его тело на лошадях лилипутам было так же трудно, как перевезти 1728 лилипутов. Отсюда понятно, зачем в повозку с Гулливером понадобилось впрячь так много лошадей.

Животные страны лилипутов были тоже в 1728 раз меньше по объему и, значит, во столько же раз легче.

Наша корова имеет высоту аршина два и весит 50 пудов. Корова лилипутов была меньше трех вершков роста и весила 50: 1728 пуда, т. е. немногим больше одного фунта. Разумеется, такую игрушечную корову можно при желании уместить в кармане.

«Самые крупные их лошади и быки, – вполне правдоподобно рассказывает Гулливер, – были не выше 4–5 дюймов, овцы около $1^1/_2$ дюйма, гуси величиной с нашего воробья и т. д. до самых мелких животных. Их мелкие животные были почти не различимы для моих глаз. Я видел, как повар ощипывал жаворонка величиной с нашу обыкновенную муху, если не меньше; в другой раз молодая девушка при мне вдевала невидимую нитку в невидимую иглу».

4. Расчет сделан вполне правильно. Если тюфяк лилипутов в 12 раз короче и в 12 раз уже тюфяка обычных размеров, то поверхность его в 12 × 12 раз меньше поверхности нашего тюфяка. Чтобы улечься, Гулливеру нужно было, следовательно, 144 (круглым счетом 150) лилипутских тюфяка. Но такой тюфяк очень тонок – в 12 раз тоньше нашего. Теперь понятно, почему даже 4 слоя подобных тюфяков не сделали ложе достаточно мягким. Тюфяк получился втрое тоньше, чем наш обыкновенный.

5. Поверхность тела Гулливера была не в 12 раз больше поверхности тела лилипутов, а в 12 × 12, т. е. в 144 раза. Это станет ясно, если мы представим себе, что каждому квадратному дюйму поверхности тела лилипута соответствует квадратный фут поверхности тела Гулливера, а в квадратном футе 144 квадратных дюйма. Раз так, то на костюм Гулливера должно было пойти в 144 раза больше сукна, чем на костюм лилипута, и, значит, соответственно больше рабочего

времени. Если один портной шьет костюм за 2 дня, то, чтобы сшить за один день 144 костюма (или один костюм Гулливеру), могло понадобиться около 300 портных.

6. Лодка Гулливера могла поднять 20 пудов; следовательно, ее водоизмещение -20: 60 = $^1/_3$ тонны. Тонна – это вес кубического метра воды; значит, лодка вытесняла $^1/_3$ куб. м. Но все линейные меры лилипутов в 12 раз меньше наших, кубические же в 1728 раз. Легко сообразить, что $^1/_3$ нашего куб. м заключала около 575 метров в квадрате страны лилипутов, и что лодка Гулливера имела водоизмещение 575 т (или около того, так как исходное число 20 пудов мы взяли произвольно).

В наши дни, когда океаны бороздят суда в десятки тысяч тонн, корабль таких размеров никого не удивит, но нужно иметь в виду, что в те времена, когда было написано «Путешествие Гулливера» (в начале XVIII века) суда в 500–600 т были редкостью.

7. Легко рассчитать, что яблоко, которое весит у нас около четверти фунта, в стране великанов должно было весить, соответственно своему объему, в 1728 раз больше, т. е. 432 фунта, или почти 11 пудов! Такое яблоко, ударив человека в спину, едва ли оставит его в живых, так что Гулливер отделался невероятно легко от угрожавшей ему опасности быть раздавленным 11-пудовым грузом.

Орех страны великанов должен весить фунтов 8–9, если принять, что наш орех весит около $^1/_2$ золотника; в поперечнике исполинский орех мог иметь дюйма 4. Восьмифунтовый твердый предмет, брошенный со скоростью орешка, человеку нормальных размеров неминуемо должен был размозжить голову. И когда в другом месте Гулливер рассказывает, как в стране великанов был сбит с ног обыкновенным градом и что градины «жестоко колотили по спине, по бокам и по всему телу, словно большие деревянные шары, какими играют в крокет», то это вполне правдоподобно, потому что каждая градина страны великанов должна весить не меньше нескольких фунтов.

8. Поперечник мизинца человека нормальных размеров около $1^1/_2$

см. Умножив на 12, получим размер кольца великанши в поперечнике: $1^1/_2 \times 12 = 56$ см. кольцо с таким просветом имеет окружность 18 х $3^1/_7 = 56$ см. Это вполне достаточные размеры, чтобы возможно было просунуть через него голову нормальной величины (в чем легко убедиться, измерив бечевкой окружность головы в самом широком месте).

Рис. 6. Кольцо королевы великанов вполне могло сойти за ожерелье

Если обыкновенное колечко весит, скажем, один золотник, то кольцо такого же фасона из страны великанов должно весить 1728 золотников, т. е. немногим меньше полупуда.

9. Если исходить из размеров современной книги обычного формата (25 см длиной и 12 см шириной), то описанное Гулливером представится несколько преувеличенным. Чтобы читать книгу высотой менее 3 и шириной менее полутора метров, можно обойтись без лестницы и нет надобности ходить вправо и влево на 8-10 шагов. Но во времена Свифта, в начале XVIII века, формат книг (фолиантов) был гораздо больше, чем теперь. «Арифметика» Магницкого, например, вышедшая при Петре Великом, имела около 30 см в высоту и 20 см в ширину. Увеличивая эти величины в 12 раз, получаем для книг

великанов внушительные размеры: 360 см (почти 4 м) в высоту и 240 см в ширину ($2^1/_2$ метра). Читать четырехметровую книгу без лестницы нельзя; но и тут не пришлось бы, переходя от одной строки к другой, делать 8-10 шагов, так что последняя подробность у Свифта, безусловно, является преувеличением.

Подобный фолиант должен весить в 1728 раз больше нашей обычной книги, т. е. пудов 70–80. Считая, что в нем 500 листов, получаем, что каждый лист книги великанов весил 11–13 пудов.

Буквы в книгах великанов имели 2–3 см высоты; читать столь крупную печать с расстояния 10 футов, как это делал Гулливер, очень удобно.

10. Окружность шеи великана больше окружности шеи нормального человека во столько же раз, во сколько раз больше ее поперечник, т. е. в 12 раз. И если нормальному человеку нужен воротник № 40, то для великана понадобился бы воротник с номером 40 x 12 = 480.

---

notes

Примечания

1

Эта задача заимствована из старинного русского учебника математики Ефима Войтяховского, изданного в конце XVIII века.

2

Водоизмещение корабля равно наибольшему грузу, который он может поднять (включая и вес самого судна). Тонна – около 60 пудов.